CORRECTION

Exercice 1

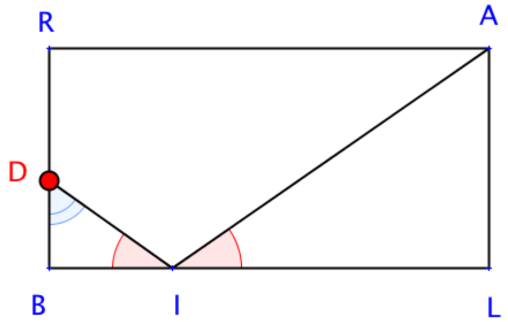
Sur un billard américain rectangulaire, un joueur souhaite envoyer sa boule placée en D dans le trou A en faisant rebondir celle-ci sur la bande [BL].

On suppose que : $\widehat{DIB} = \widehat{LIA}$

Cette supposition est en fait une loi de physique appelée loi de Snell et Descartes.

Le but de ce problème et de calculer la valeur de l'angle $\widehat{BDI}$ permettant de réaliser ce coup

1) Montrer que : $\widehat{LAI} = \widehat{BDI}$



Dans le triangle rectangle BDI, on a $\widehat{BDI} = 90 - \widehat{DIB}$

Dans le triangle rectangle LAI, on a $\widehat{LAI} = 90 - \widehat{LIA}$

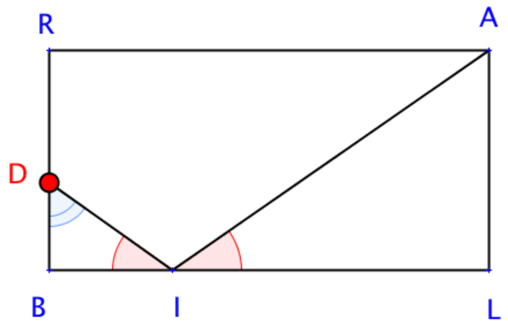
Or $\widehat{DIB} = \widehat{LIA}$, donc : $\widehat{LAI} = \widehat{BDI}$

2) a) Exprimer BI en fonction de BD et de $\widehat{BDI}$

Dans le triangle rectangle BDI, on a : $\tan(\widehat{BDI}) = \dfrac{BI}{BD}$

D'où $BI = BD \times \tan(\widehat{BDI})$

b) Exprimer IL en fonction de AL et de $\widehat{BDI}$



Dans le triangle rectangle LAI, on a : $\tan(\widehat{LAI}) = \dfrac{IL}{AL}$.

Or $\widehat{LAI} = \widehat{BDI}$, donc $\tan(\widehat{BDI}) = \dfrac{IL}{AL}$

D'où $IL = AL \times \tan(\widehat{BDI})$

3) En déduire que $\tan(\widehat{BDI}) = \dfrac{BL}{BD + AL}$

Comme I est un point de [BL], on a BL = BI + IL, en remplaçant BI et IL par les expressions obtenues aux questions précédentes, on a :

$BL = BD \times \tan(\widehat{BDI}) + AL \times \tan(\widehat{BDI})$

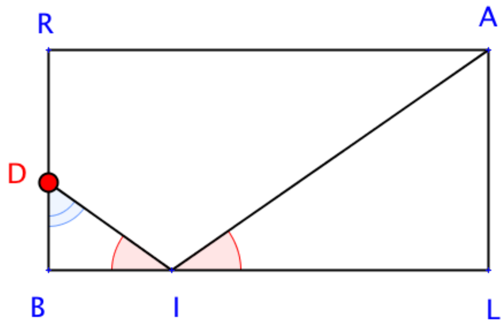
En utilisant la distributivité simple, on peut mettre $\tan(\widehat{BDI})$ en facteur, d'où :

$BL = (BD + AL) \times \tan(\widehat{BDI})$

Donc $\tan(\widehat{BDI}) = \dfrac{BL}{BD + AL}$

4) On donne BD = 30 cm, BL = 2,54 m et AL = 1,27 m.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BDI}$ au degré près.



Il suffit de remplacer par les valeurs numériques en faisant attention aux unités.

$\tan(\widehat{BDI}) = \dfrac{BL}{BD + AL} = \dfrac{2,54}{0,3 + 1,27} = \dfrac{2,54}{1,57}$.

A l'aide de la calculatrice $\widehat{BDI}$ est environ égal à 58°.

Conclusion : le joueur doit frapper la boule avec un angle de 58° pour la mettre dans le trou A en faisant rebondir celle-ci sur la bande [BL].

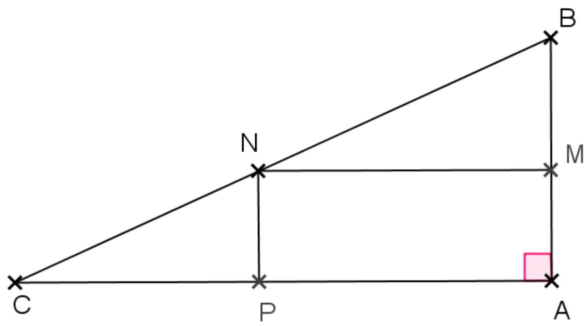
Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 2 cm et AC = 2,5 cm.
N est un point de [BC], M est un point de [AB], et (MN) est parallèle à (AC).
On pose x = MN. (En centimètres)

1) a) Entre quelles valeurs varie le nombre x ?

Les points M et N sont mobiles sur, respectivement, [AB] et [BC].
Lorsque M est en B, MN = $x = 0$
Lorsque M est en A, MN = $x = 2,5$

Conclusion : $0 \leq x \leq 2,5$



b) Exprimer BM en fonction de x.

(BC) et (BA) sont deux droites sécantes en B.
N est un point de [BC] et M est un point de [BA].
De plus les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

On peut donc appliquer le théorème de Thalès.

$\dfrac{BN}{BC} = \dfrac{BM}{BA} = \dfrac{NM}{CA}$ Or BA = 2 cm ; MN = x cm et CA = 2,5 cm.

Donc $\dfrac{BM}{2} = \dfrac{x}{2,5}$

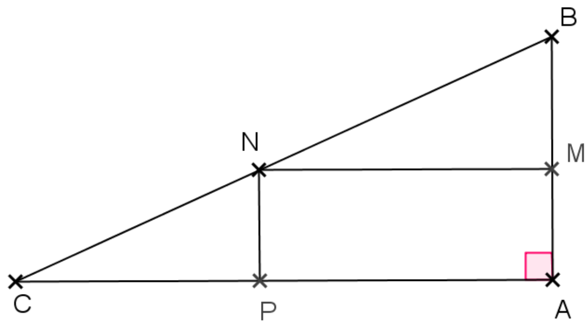
$BM = 2 \times \dfrac{x}{2,5}$ *J'ai multiplié par 2 les deux membres de l'égalité* $\dfrac{BM}{2} = \dfrac{x}{2,5}$

$BM = \dfrac{2}{2,5} \times x$

$BM = \dfrac{8}{10} \times x = 0,8x$

Conclusion : BM = $0,8x$

c) En déduire que MA = 2 – 0,8x.



Comme M appartient au segment [AB], on peut écrire :
BA = BM + MA
Soit, en replaçant par les valeurs numériques :
2 = 0,8 x+ MA

Donc MA = 2 $-$0,8 x*J'ai soustrait par 0,8 x les deux membres de l'égalité2 = 0,8 x + MA*

Conclusion : MA = 2 $-$ 0,8x

2) On note f la fonction qui au nombre $x$fait correspondre l'aire du rectangle AMNP.
a) Calculer l'image de 0,75 par la fonction f.
Calculons l'expression algébrique de f.
On a tout simplement f(x) = x (2 – 0,8 x) car f(x) est l'aire du rectangle AMNP.

Pour calculer l'image de 0,75, on remplace x par 0,75 dans l'expression algébrique de f.

f(0,75) = $0{,}75 \times (2 - 0{,}8 \times 0{,}75) = 1{,}05$

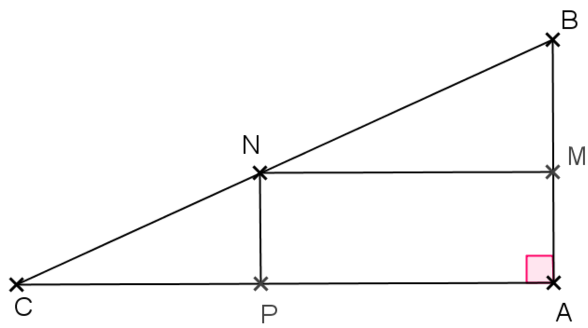
b) Calculer f(1,5).
Pour calculer l'image de 1,5, on remplace x par 1,5 dans l'expression algébrique de f.

f(1,5) = $1{,}5 \times (2 - 0{,}8 \times 1{,}5) = 1{,}2$

c) Pour quelle valeur de x AMNP est un carré ? Donner la valeur exacte, puis l'arrondi au centimètre.

AMNP est un carré lorsque MN = MA

$x = 2 - 0{,}8\,x$
$x + 0{,}8\,x = 2 - 0{,}8\,x + 0{,}8\,x$
$1{,}8\,x = 2$
$\dfrac{1{,}8\,x}{1{,}8} = \dfrac{2}{1{,}8}$
$x = \dfrac{2}{1{,}8} = \dfrac{1}{0{,}9} = \dfrac{10}{9}$
$x \approx 1{,}11$



d) Quelle est alors l'aire de AMNP ?

Lorsque $x = \dfrac{10}{9}$, AMNP est un carré, donc son aire est égale à $\left(\frac{10}{9}\right)^2 = \frac{100}{81} \approx 1{,}23\,cm^2$